

CHAPITRE II :

Les interférences lumineuses

Interférence de deux ondes

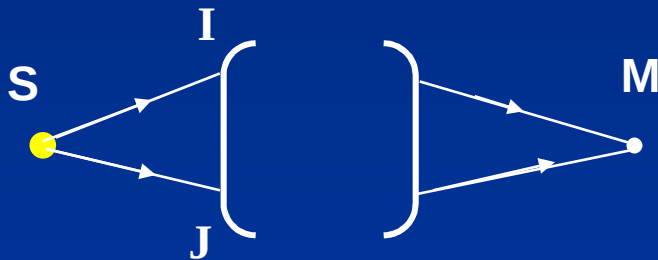
$$\vec{E}_1 = a \cos(\omega t - \varphi_1) \vec{u}$$

$$\vec{E}_2 = b \cos(\omega t - \varphi_2) \vec{u}$$



$$I = I_1 + I_2 + \underbrace{2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}_{\text{terme d'interférence}}$$

Deux ondes issues d'une même source



$$\varphi_1 = k(SIM)$$

$$\varphi_2 = k(SJM)$$



$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\left(\frac{2\pi\delta}{\lambda}\right)$$



$$\varphi_2 - \varphi_1 = k((SJM) - (SIM)) = k\delta = \frac{2\pi\delta}{\lambda}$$

I. Définitions

- Champ d'interférence

zone de recouvrement des faisceaux issus des sources cohérentes

- Frange d'interférence Ensemble de points d'égale intensité

- Franges brillantes franges d'intensité maximale

$$\delta = m\lambda \quad m \in \mathbb{Z}$$

- Franges sombres franges d'intensité minimale

$$\delta = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

- Interfrange distance entre deux franges voisines de même nature

- Ordre d'interférence

$$p = \frac{\delta}{\lambda}$$

- Visibilité (ou contraste) des franges

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

II. Conditions d'interférence

II.1. Condition fondamentale

$$\begin{aligned}\langle I \rangle &= \langle I_1 \rangle + \langle I_2 \rangle + 2\langle \sqrt{I_1 I_2} \rangle \langle \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \rangle \\ &= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \langle \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \rangle = I_1 + I_2\end{aligned}$$

Si déphasage variable
dans le temps
(sources incohérentes)
Pas d'interférence

$$\begin{aligned}\langle I \rangle &= \langle I_1 \rangle + \langle I_2 \rangle + 2\langle \sqrt{I_1 I_2} \rangle \langle \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \rangle \\ &= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1)\end{aligned}$$

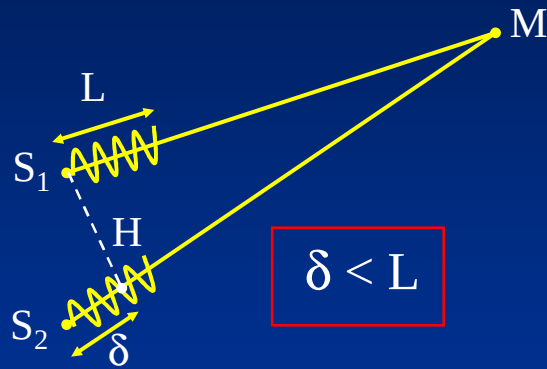
Si déphasage constant
(sources cohérentes)
Il y a interférence

Condition fondamentale réalisée à l'aide d'un
système optique appelé **dispositif interférentiel**

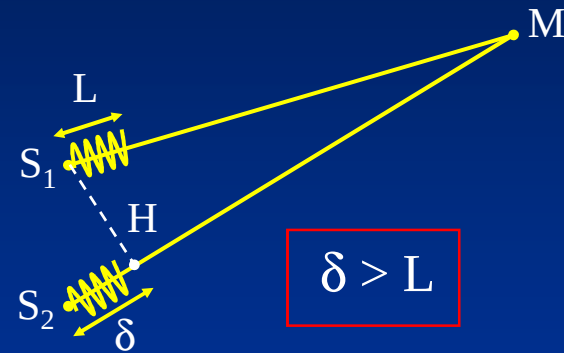


II.2. Autres conditions

- L supérieure ou égale à δ



Interférence en M



Pas d'interférence en M

Effet de la cohérence temporelle de la source

- interfrange supérieure au pouvoir de résolution du récepteur

$$i \gg 0.07 \text{ mm}$$

Oeil normal à d_m

- directions de propagation voisines

III. Interférences non localisées

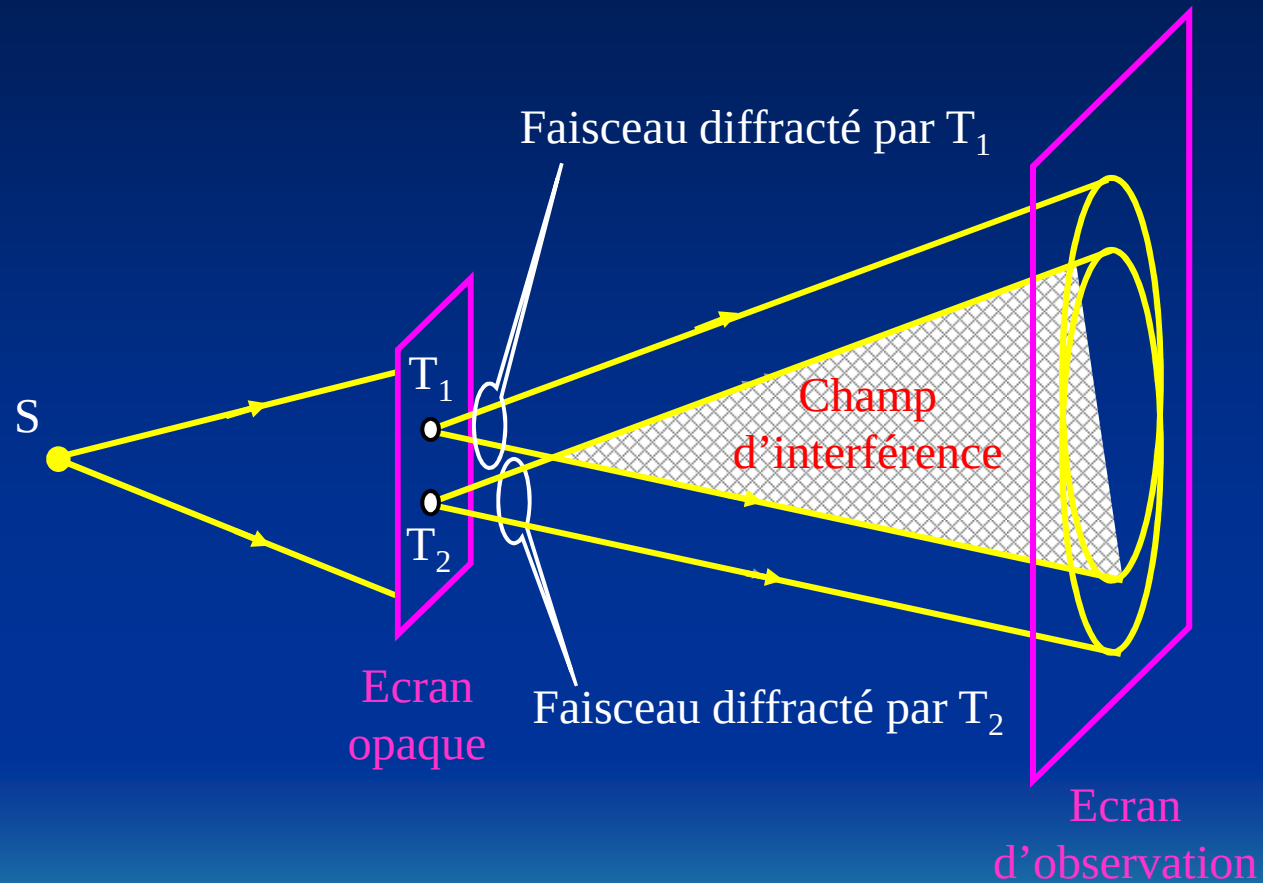
Le champ d'interférences est **un volume** de l'espace

La figure d'interférence **n'est pas localisée** sur une **surface**

III.1. Etude d'un dispositif à interférences non localisées

Les trous d'Young

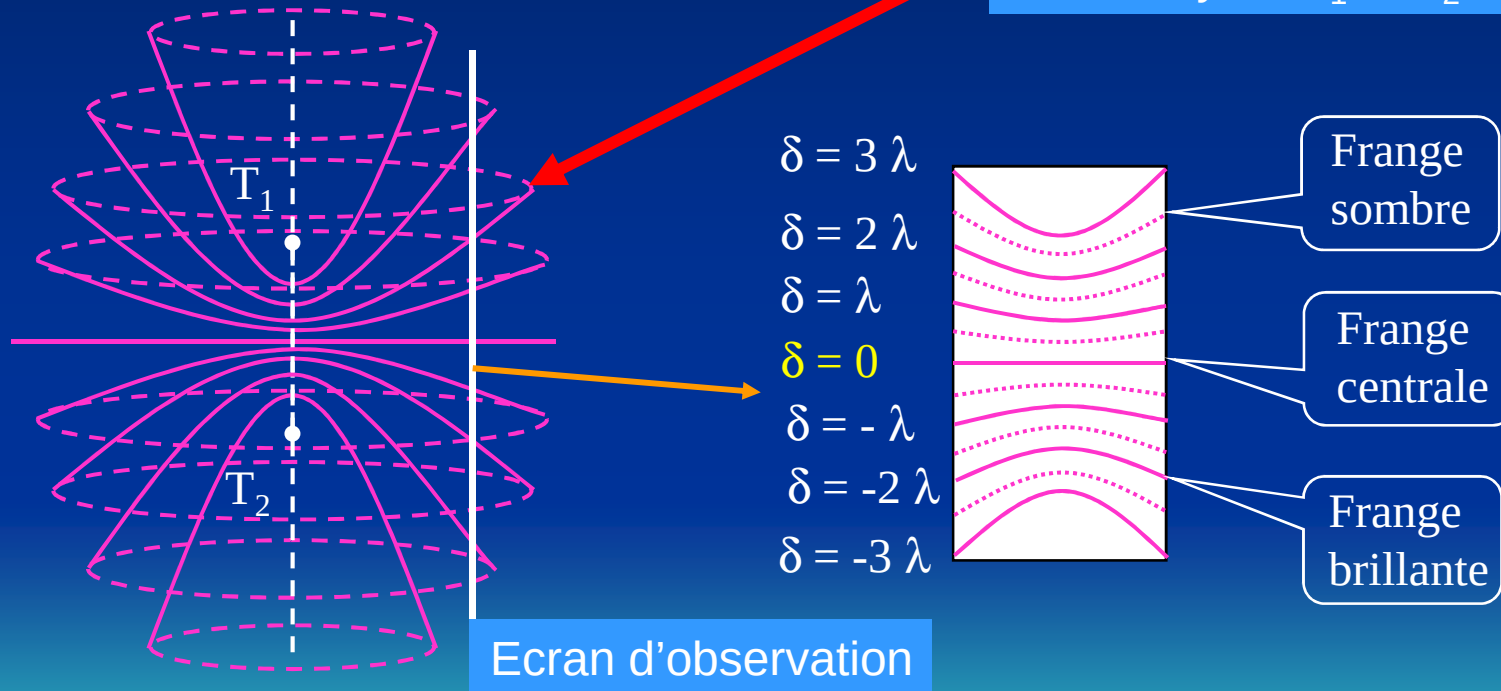
1. Le dispositif et le champ d'interférence



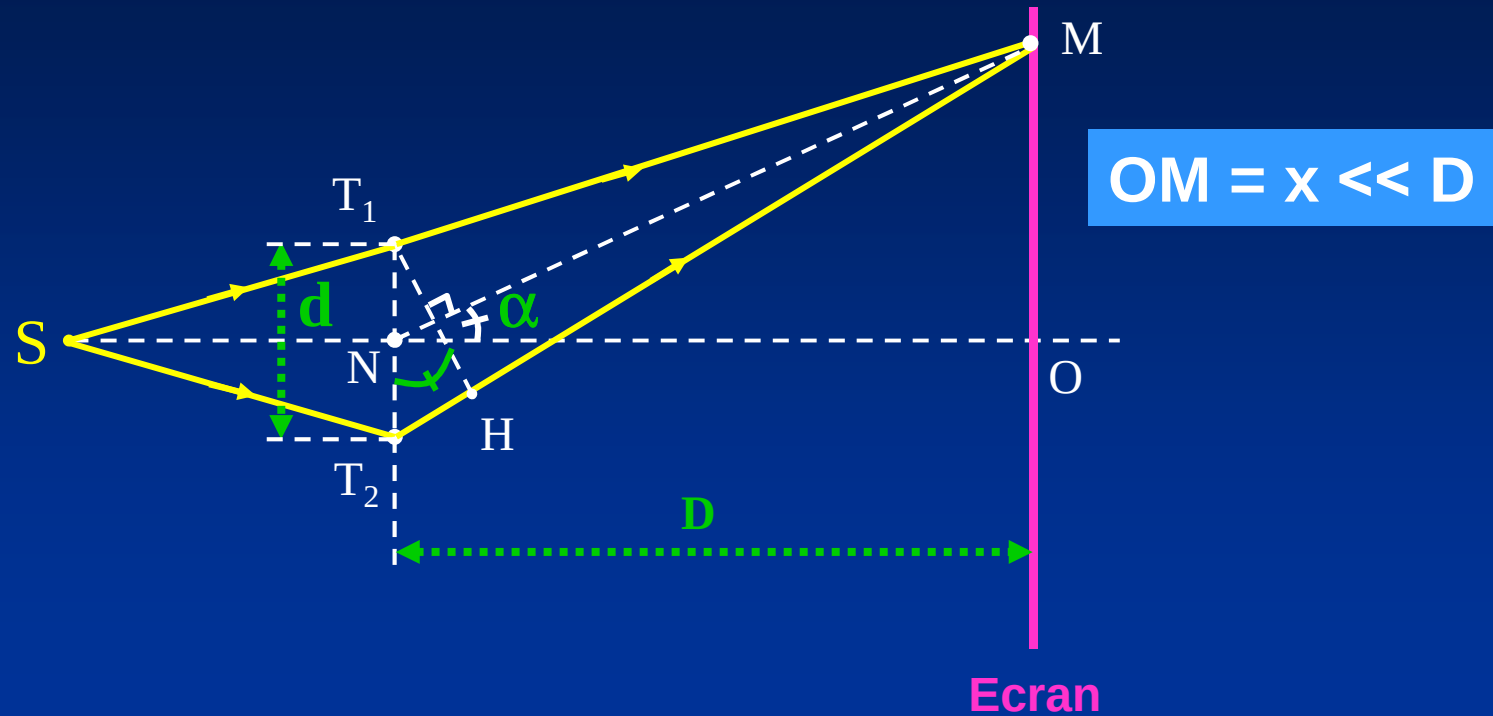
2. Forme des franges d'interférence

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\left(\frac{2\pi\delta}{\lambda}\right) = \text{Cste} \Rightarrow \delta = T_2 M - T_1 M = \text{Cste}$$

Equation d'hyperboloïdes
de foyers T_1 et T_2



3. Calcul de l'interfrange



$$\delta = (ST_2M) - (ST_1M) = ST_2 + T_2M - ST_1 - T_1M = T_2M - T_1M = T_2H$$

OM $\ll$ D



α petit



$$\operatorname{tg} \alpha \approx \sin \alpha = \frac{T_2 H}{T_1 T_2} = \frac{\delta}{d} \Rightarrow \delta = d \sin \alpha \approx d \operatorname{tg} \alpha = d \frac{x}{D}$$

Franges brillantes



$$\delta = d \frac{x}{D} = m \lambda \Rightarrow x(m) = m \frac{\lambda D}{d}$$

Franges sombres



$$\delta = d \frac{x}{D} = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda \Rightarrow x(m) = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda D}{d}$$

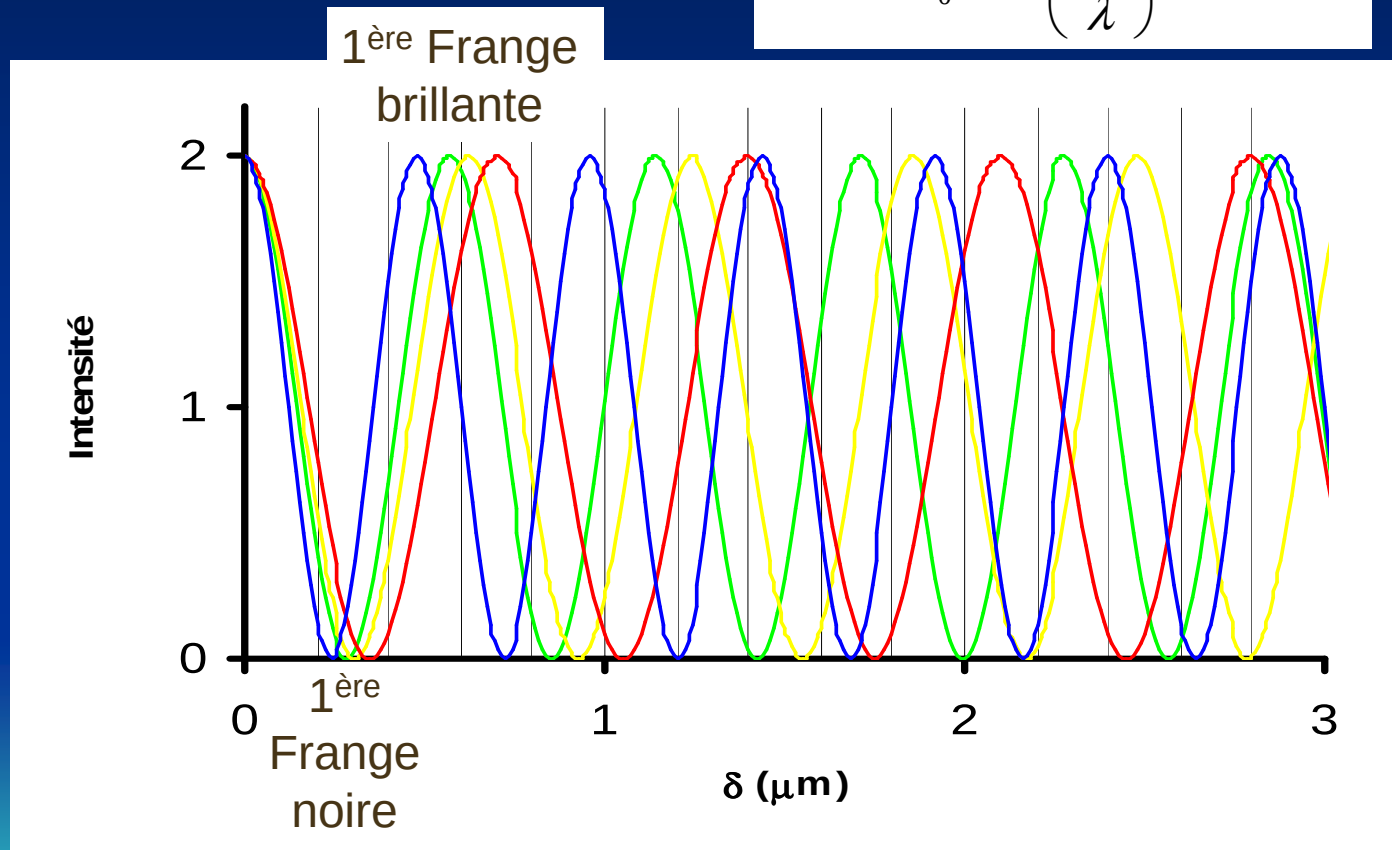


$$i = x(m+1) - x(m) = \frac{\lambda D}{d}$$

4. Figure d'interférence en lumière blanche

Chaque couleur donne son propre système de franges

$$I(\delta) = I_0 + I_0 + 2\sqrt{I_0^2} \cos\left(\frac{2\pi\delta}{\lambda}\right)$$
$$= 2I_0 \cos^2\left(\frac{\pi\delta}{\lambda}\right)$$



La frange centrale ($\delta = 0$) est blanche bordée de **rouge**

Les 2 premières franges noires sont bordées de **rouge** (du côté de la frange centrale) et de **bleu** (de l'autre côté)

Au delà des quelques premières franges, on obtient du blanc avec manque de quelques longueurs d'ondes (blanc d'ordre supérieur)

Présence de franges noires pour quelques longueurs d'onde



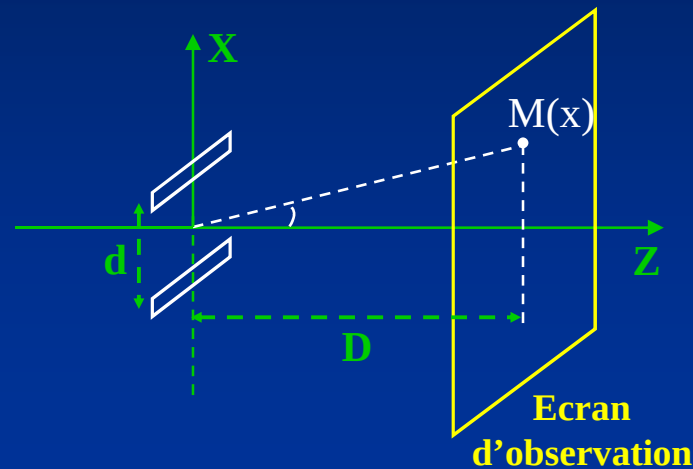
Spectre **cannelé** (avec des cannelures noires)

Positions des cannelures et longueurs d'ondes qui manquent à une position x

$$\delta = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda = \frac{xd}{D} \Rightarrow x = \frac{\lambda D \left(m + \frac{1}{2}\right)}{d} \quad \text{et} \quad \lambda = \frac{xd}{D \left(m + \frac{1}{2}\right)}$$

Remarques

- Dispositif des **fentes d'Young** : les 2 trous sont remplacées par **2 fentes parallèles**



- Le dispositif des trous d'Young est un dispositif à **interférence par division de front d'onde**

III.2. Autres dispositifs à interférences non localisées

Miroirs de Fresnel

Interférence par division de front d'onde

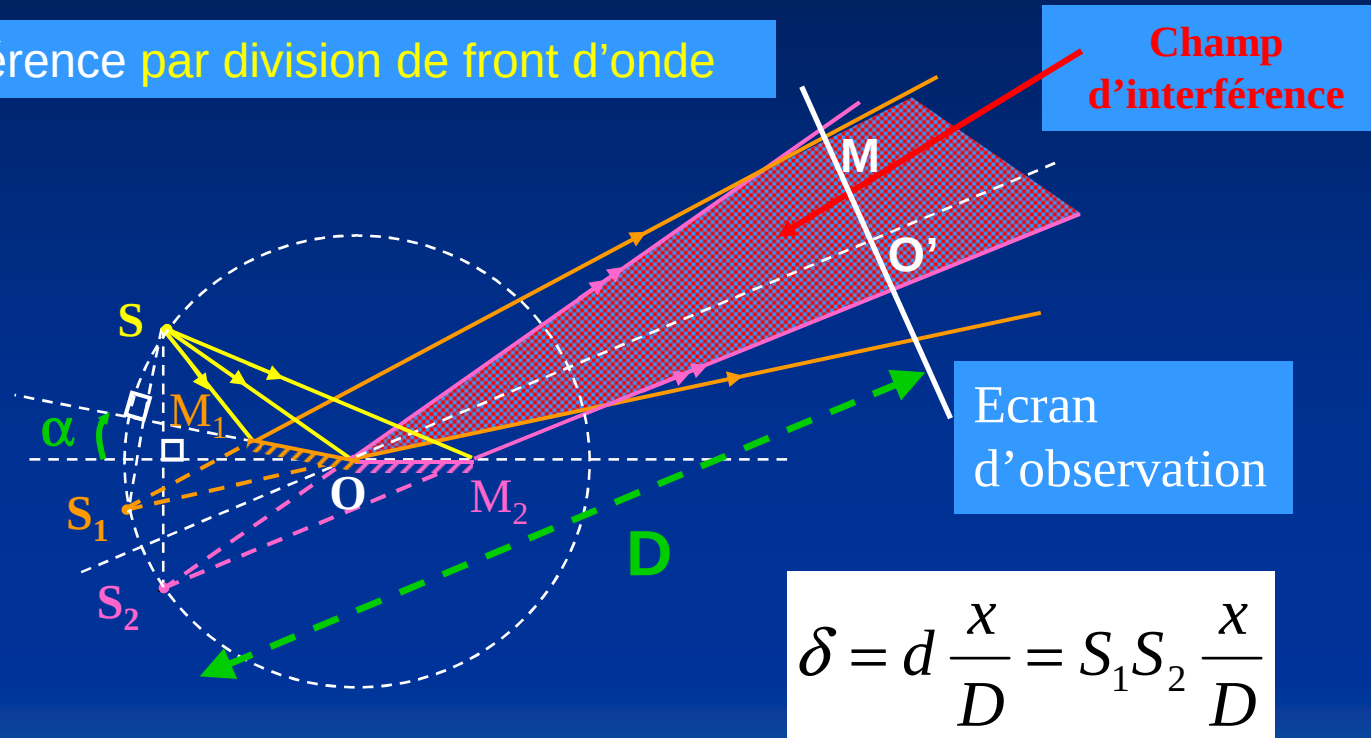
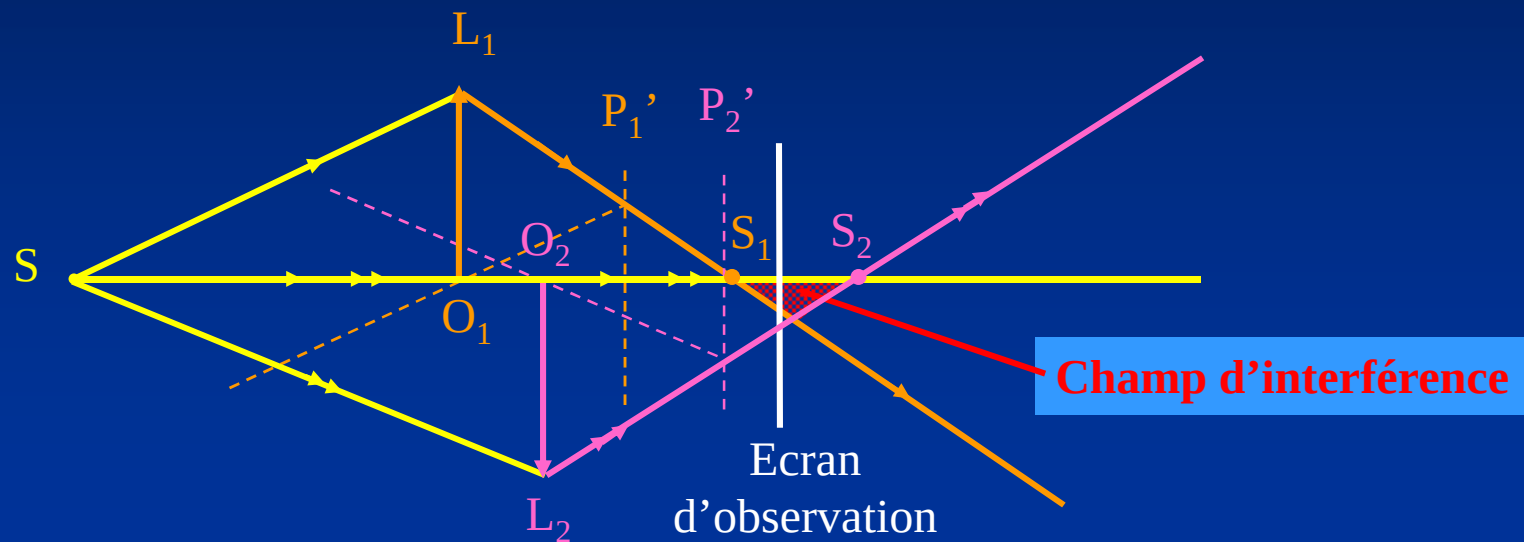


Figure d'interférence analogue à celle des trous d'Young

Bilentille de Meslin

Interférence par division de front d'onde



$$\begin{aligned}\delta_g &= (SIM) - (SJM) = [(SIS_1) + S_1M] - [(SJS_2) - S_2M] \\ &= (SS_1) - (SS_2) + S_1M + S_2M = S_1M + S_2M - S_1S_2\end{aligned}$$

Remarque importante

- Réflexion sur un **miroir**
- Réflexion sur un **dioptre** avec **indice du milieu d'incidence inférieur** à l'**indice du milieu d'émergence** (**réflexion vitreuse**)
- Passage par un **foyer** d'un système optique



Changement de phase de π



Différence de marche **physique** δ_p

$$\delta_p = \frac{\lambda \varphi}{2\pi} = \frac{\lambda \pi}{2\pi} = \frac{\lambda}{2}$$



$$\delta = \delta_g + \delta_p$$

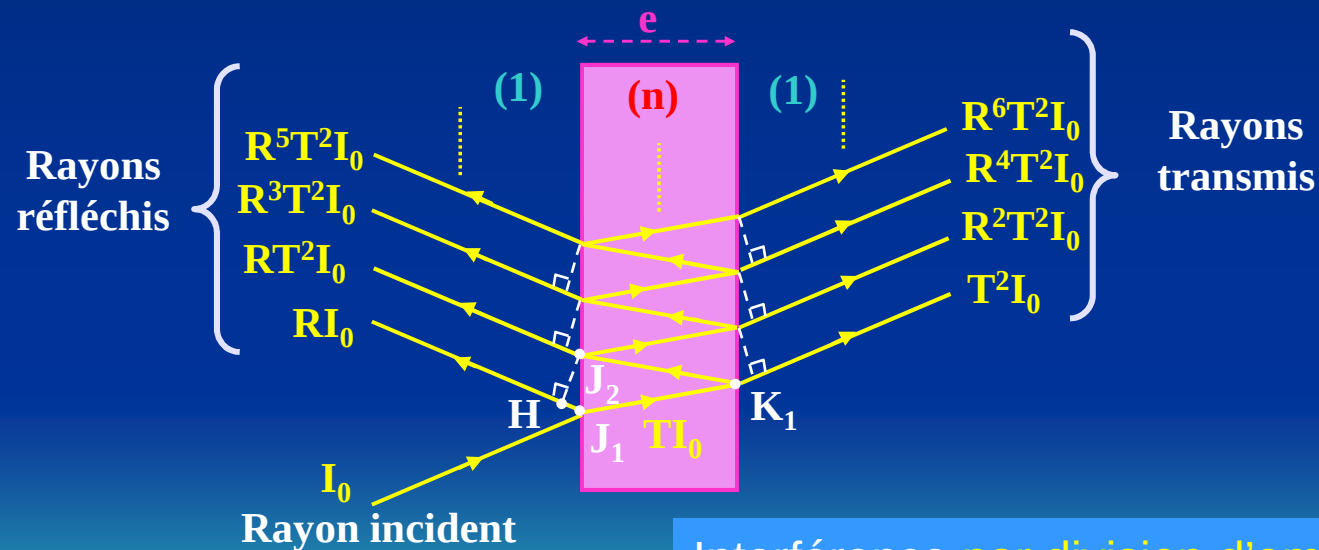
Différence de marche **géométrique**

IV. Interférences localisées

Le champ d'interférence est **une surface** de l'espace
La figure d'interférence est **localisée** sur cette surface

IV.1. Etude d'un dispositif à interférences localisées

La lame à faces parallèles



Interférence **par division d'amplitude**

1. Calcul de l'intensité résultante

Onde transmise :

$$\bar{E}_t = \sqrt{T^2 I_0} + \sqrt{R^2 T^2 I_0} e^{j\varphi} + \sqrt{R^4 T^2 I_0} e^{2j\varphi} + \dots + \sqrt{R^{2N} T^2 I_0} e^{Nj\varphi}$$



$$\bar{E}_t = T \sqrt{I_0} \frac{1 - R^{N+1} e^{(N+1)j\varphi}}{1 - R e^{j\varphi}}$$



$$\begin{aligned} I_t &= |\bar{E}_t|^2 = \bar{E}_t \bar{E}_t^* = T^2 I_0 \frac{1 - R^{N+1} e^{(N+1)j\varphi}}{1 - R e^{j\varphi}} \frac{1 - R^{N+1} e^{-(N+1)j\varphi}}{1 - R e^{-j\varphi}} \\ &= T^2 I_0 \frac{1 + R^{2N+2} - 2R^{N+1} \cos((N+1)\varphi)}{1 + R^2 - 2R \cos \varphi} \end{aligned}$$

R < 1



$$I_t = \lim_{\substack{N \rightarrow \infty \\ R < 1}} T^2 I_0 \frac{1 + R^{2N+2} - 2R^{N+1} \cos((N+1)\varphi)}{1 + R^2 - 2R \cos \varphi} = \frac{T^2 I_0}{1 + R^2 - 2R \cos \varphi}$$

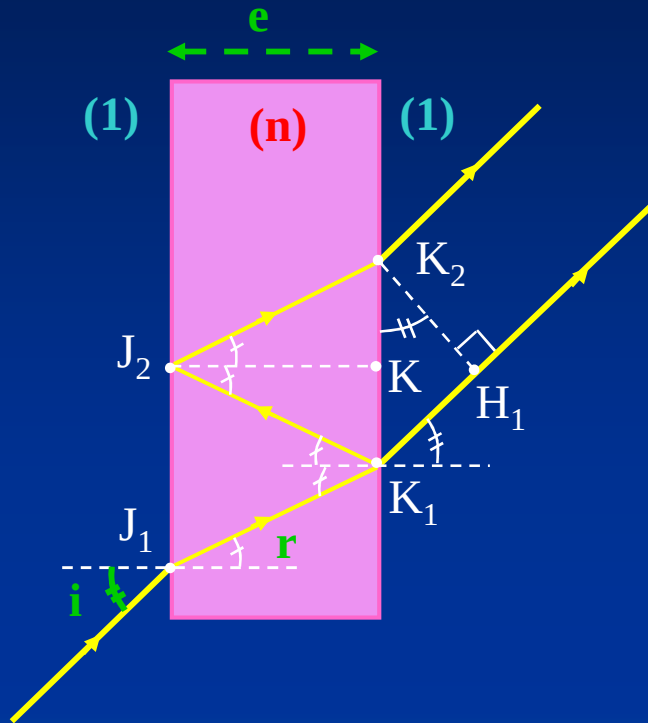
Onde réfléchie :

$$I_0 = I_t + I_r$$


$$I_r = I_0 - \frac{T^2 I_0}{1 + R^2 - 2R \cos \varphi} = \frac{I_0 + R^2 I_0 - 2R I_0 \cos \varphi - T^2 I_0}{1 + R^2 - 2R \cos \varphi}$$

$$= \frac{I_0 + R^2 I_0 - 2R I_0 \cos \varphi - (1 - R)^2 I_0}{1 + R^2 - 2R \cos \varphi} = 2R I_0 \frac{1 - \cos \varphi}{1 + R^2 - 2R \cos \varphi}$$

2. Calcul du déphasage φ



$$\delta = (K_1 J_2 K_2) - (K_1 H_1) = 2nK_1 J_2 - K_1 H_1$$

$$\cos r = \frac{e}{K_1 J_2} \Rightarrow K_1 J_2 = \frac{e}{\cos r}$$

$$\begin{aligned} K_1 H_1 &= K_1 K_2 \sin i = 2K K_1 \sin i = 2e \operatorname{tgr} \sin i \\ &= 2e \operatorname{tgr} n \sin r = \frac{2ne \sin^2 r}{\cos r} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{2ne}{\cos r} (1 - \sin^2 r) = 2ne \cos r = 2ne \sqrt{1 - \sin^2 r} \\ &= 2ne \sqrt{1 - \frac{\sin^2 i}{n^2}} = 2e \sqrt{n^2 - \sin^2 i} \end{aligned}$$

$$\varphi = \frac{2\pi\delta}{\lambda} = \frac{4\pi e}{\lambda} \sqrt{n^2 - \sin^2 i}$$

3. Forme des franges d'interférence

$$I = Cste \Rightarrow \delta = Cste \Rightarrow i = Cste$$

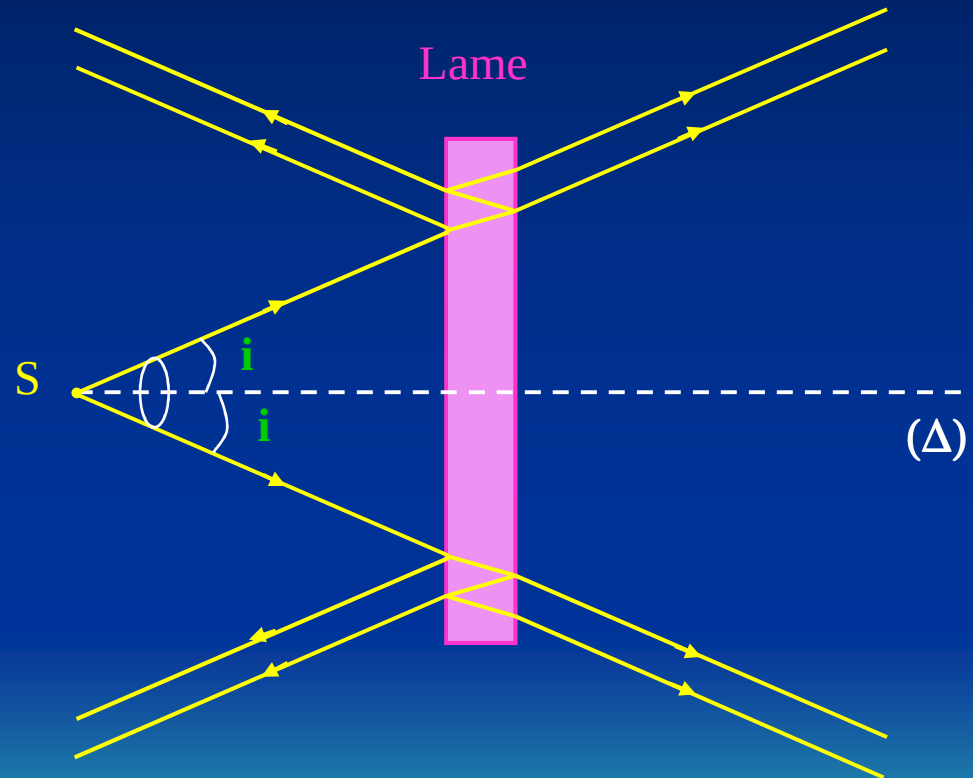
Franges d'égalé inclinaison



Cône de sommet S et de
demi-angle au sommet i



Franges circulaires (anneaux)
centrées sur (Δ)



Remarques

$$i = 0 \Rightarrow p = p_{\max} = p_0 = \frac{\delta_{\max}}{\lambda} = \frac{2ne}{\lambda}$$

Si p_0 est entier, la tache centrale est brillante (par transmission) et sombre (par réflexion)

$$I_t = \frac{T^2 I_0}{1 + R^2 - 2R \cos \varphi}$$

$$I_0 = I_t + I_r \Rightarrow I_r = I_0 - I_t$$

Les deux figures d'interférence, par transmission et par réflexion, sont complémentaires : pour i donné, si la frange est brillante par transmission alors la frange correspondante par réflexion est sombre

4. Interférence en lumière blanche : (couleurs des lames minces)

- Si $e \gg \lambda$

$$p_0 = \frac{2ne}{\lambda} \gg 2n$$

Les anneaux deviennent trop serrés



Pas possible de distinguer les anneaux de couleurs différentes

- Si e voisin de λ les anneaux deviennent moins serrés



Les anneaux de couleurs différentes deviennent distinguables



La lame paraît colorée par transmission et par réflexion

5. Applications :

Couches minces transparentes sur verres de lunettes



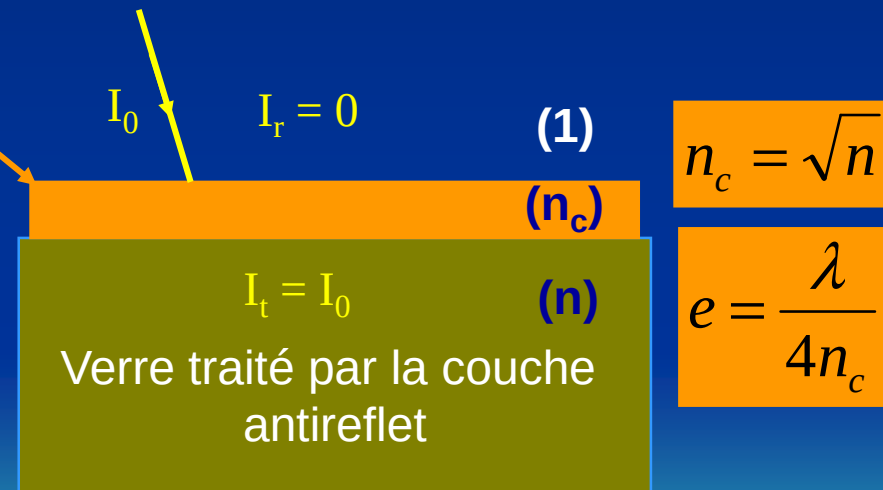
Couches **antireflet**

$$R_1 = \left(\frac{n_c - 1}{n_c + 1} \right)^2 \quad T_1 = 1 - R_1$$

$$R_2 = \left(\frac{n - n_c}{n + n_c} \right)^2 \quad T_2 = 1 - R_2$$



Belles teintes par réflexion



$$n_c = \sqrt{n}$$

$$e = \frac{\lambda}{4n_c}$$

$$I_t = \lim_{\substack{N \rightarrow \infty \\ R_1 < 1; R_2 < 1}} T_1 T_2 I_0 \frac{1 + (R_1 R_2)^{N+1} - 2\sqrt{R_1 R_2}^{N+1} \cos((N+1)\varphi)}{1 + R_1 R_2 - 2\sqrt{R_1 R_2} \cos \varphi} = \frac{T_1 T_2 I_0}{1 + R_1 R_2 - 2\sqrt{R_1 R_2} \cos \varphi}$$



$$I_t = I_{t \max} = I_0 \Leftrightarrow \cos \varphi = 1 \text{ et } T_1 T_2 = 1 + R_1 R_2 - 2\sqrt{R_1 R_2}$$

$$T_1 T_2 = 1 + R_1 R_2 - 2\sqrt{R_1 R_2} \Rightarrow (1 - R_1)(1 - R_2) = 1 + R_1 R_2 - 2\sqrt{R_1 R_2}$$

$$\Leftrightarrow R_1 + R_2 = 2\sqrt{R_1 R_2} \Leftrightarrow R_1 = R_2 \Leftrightarrow \left(\frac{n_c - 1}{n_c + 1} \right)^2 = \left(\frac{n - n_c}{n + n_c} \right)^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{n_c - 1}{n_c + 1} = \pm \frac{n - n_c}{n + n_c} \rightarrow n_c = \sqrt{n}$$

$$\cos \varphi = 1 \Leftrightarrow \varphi = \frac{2\pi\delta}{\lambda} = 2m\pi \Leftrightarrow \delta = m\lambda \quad (m \text{ entier})$$

En incidence quasi-normale :

$$\delta = \delta_g + \delta_p = 2n_c e + \frac{\lambda}{2}$$

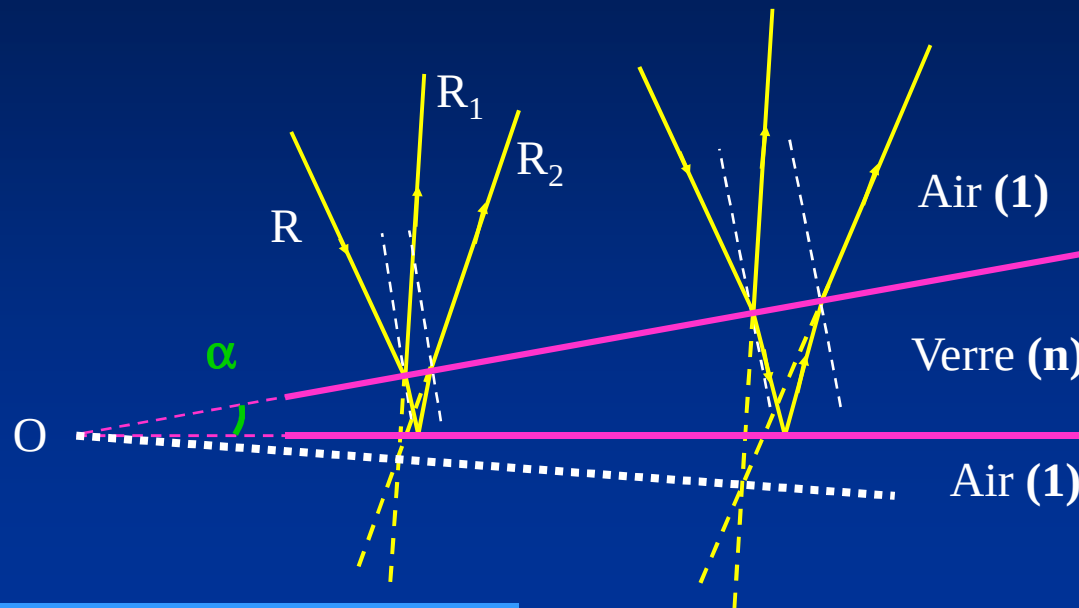
Soit :

$$\delta = 2n_c e + \frac{\lambda}{2} = m\lambda \Rightarrow e = \frac{m - \frac{1}{2}}{2n_c} \lambda$$

$$e = \frac{\lambda}{4n_c}$$


IV.2. Autres dispositifs à interférences localisées

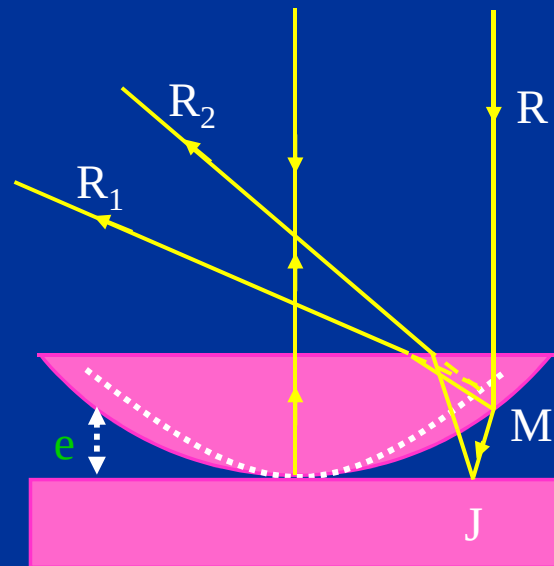
Lame coin (ou coin de verre)



$$\delta = 2ne + \frac{\lambda}{2} = 2n\alpha x + \frac{\lambda}{2}$$

e varie en fonction de x (distance par rapport à O)

Interféromètre de Newton



$$\delta \approx 2(MJ) + \frac{\lambda}{2} = 2e + \frac{\lambda}{2}$$

Lentille plan-convexe (de grand rayon de courbure)

Lame à faces parallèles (de grande épaisseur)

Interféromètre de Michelson

